

Le diagramme solaire



Benoit Beckers

1. Notions fondamentales

Pour bien comprendre le mouvement apparent du soleil sur la voûte céleste, il faut d'abord se rappeler le mouvement réel de la terre dans l'espace du système solaire. La rotation presque circulaire de la terre autour du soleil s'effectue en un an dans un plan qu'on appelle l'**écliptique**. La terre subit en plus un mouvement de rotation sur elle-même, dont chaque tour dure 24 heures, et dont l'axe est incliné de 23.5 degrés par rapport à l'écliptique. La première de ces rotations explique l'alternance des saisons et la seconde celle du jour et de la nuit.

Tout plan passant par le centre de la terre intercepte sa surface selon un **grand cercle**, dont le rayon est égal à celui de la terre. Tout autre plan l'intercepte selon un **petit cercle**, de rayon inférieur.

L'axe de rotation de la terre passe par son centre et intercepte sa surface aux deux **pôles**. Il définit en outre sur la terre une infinité de cercles qui lui sont perpendiculaires, les **parallèles**, dont un seul, équidistant des deux pôles, est un grand cercle : c'est l'**équateur**. Les autres parallèles sont des petits cercles. Ils sont définis par l'angle de **latitude**, qui vaut 0° à l'équateur et 90° aux pôles. Les tropiques sont deux parallèles particuliers : le **tropique du cancer** est à 23.5° de latitude nord et le **tropique du capricorne** à 23.5° de latitude sud. Les deux **cercles polaires** sont situés à 66.5° de latitude (c'est à dire à $90^\circ - 23.5^\circ$).

Le faisceau de plans défini par l'axe de rotation de la terre détermine sur celle-ci les **méridiens**, qui sont tous des demi-grands cercles orthogonaux aux parallèles. Le méridien de **Greenwich** (en Angleterre) sert de référence. Tout méridien est défini par l'angle de **longitude**, qui vaut 0° à Greenwich et peut croître jusqu'à 180° vers l'est ou l'ouest.

Tout point de la surface terrestre peut donc être localisé par sa latitude (Nord ou Sud, variant de 0° à 90°) et par sa longitude (Est ou Ouest, variant de 0° à 180°). Ainsi, Barcelone est située à 41 degrés 18 minutes et 7 secondes de latitude Nord et à 2 degrés 5 minutes et 31 secondes de longitude Est.

Sauf indication contraire, on emploiera toujours dans le texte qui suit l'**heure solaire**, définie de sorte que le soleil atteint son point culminant à midi. Pour trouver l'heure légale correspondante, il faut tenir compte du fuseau horaire, de la longitude locale et, éventuellement, du passage à l'heure d'été.

Les **solstices** d'été et d'hiver correspondent respectivement au jour le plus long et au plus court de l'année. Dans l'hémisphère nord, le solstice d'été a lieu le 21 juin et celui d'hiver le 21 décembre. Dans l'hémisphère sud, c'est l'inverse. Aux **équinoxes** de printemps et d'automne, le jour et la nuit sont d'égale longueur (12 heures). Les équinoxes sont à mi-chemin des solstices, le 21 mars et le 21 septembre.

Le **zénith** est un point situé juste au-dessus de l'observateur. Il correspond, selon la vieille astronomie arabe, à l'intersection de la verticale avec la voûte céleste. Comme on le verra, le soleil n'atteint le zénith que dans la zone intertropicale.

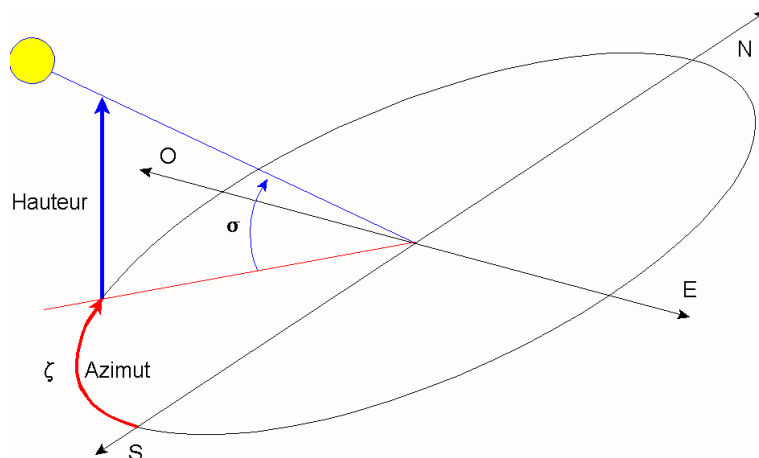


Figure 1 : Définitions des repères locaux

L'**azimut solaire** est l'angle mesuré dans le sens des aiguilles d'une montre entre le point cardinal Sud (dans l'hémisphère nord) ou Nord (dans l'hémisphère sud) et la projection sur le plan horizontal local de la droite reliant la terre au soleil. L'angle est mesuré dans le sens des aiguilles d'une montre dans l'hémisphère nord et dans le sens contraire dans l'hémisphère sud, en utilisant les projections sur le plan horizontal du point d'observation. L'azimut solaire est négatif le matin (direction Est), nul ou égal à 180° à midi et positif l'après-midi (direction Ouest), sur tout le globe.

L'**azimut géographique** est toujours mesuré dans le sens des aiguilles d'une montre à partir du Nord, indépendamment du point d'observation.

2. Diagrammes des trajectoires solaires

Diagramme solaire à Barcelone

Localisation: 41:18:07 N 2:05:31 E

Le centre du cercle représente le point d'observation et sa circonférence l'horizon ; le disque est la projection d'une demi-sphère centrée en ce point représentant la voûte céleste. Les courbes des mois sont des arcs de cercles centrés sur l'axe vertical qui montrent les trajectoires du soleil au 21^{ème} jour de chaque mois. Trois d'entre elles apparaissent ici en rouge : la plus proche du centre correspond au solstice d'été (21 juin), la seconde aux équinoxes (21 septembre et 21 mars), celle du bas au solstice d'hiver (21 décembre)

Les courbes en noir intercalées correspondent chacune à deux mois : elles peuvent se lire de haut en bas (juillet, août, octobre et novembre) ou de bas en haut (janvier, février, avril et mai).

Les courbes des heures, orthogonales à celles des mois, sont faciles à identifier si on les suit le long de l'équinoxe, puisque ce jour-là, où que l'on soit, la journée dure toujours exactement 12 heures. La première courbe des heures qui intercepte celle de l'équinoxe à l'est correspond donc à 6 heures du matin, celle du milieu (sur l'axe vertical) au midi solaire et la dernière, à l'ouest, à 6 heures du soir.

Il est donc facile de vérifier sur le diagramme qu'à Barcelone, le soleil se lève vers 5 heures et se couche vers 19 heures les 21 mai et juillet, alors qu'il se lève vers 7 heures et se couche vers 17 heures les 21 novembre et janvier. Aux solstices, le soleil se lève à 4h30 en été et à 7h30 en hiver ; il se couche respectivement à 19h30 et à 16h30. L'amplitude de variation diurne été - hiver est donc de 6 heures.

A une latitude proche de celle de Barcelone, on trouve dans l'hémisphère nord : Rome, Istambul, Pékin, Denver, New York, et dans l'hémisphère sud : Melbourne, Wellington, Valdivia, Bahia Blanca.

On peut utiliser les mêmes graphiques dans l'hémisphère sud, à condition d'inverser le nord et le sud ainsi que les courbes des mois : celle du haut correspond alors au 21 décembre et celle du bas au 21 juin.

Sur la figure 3, on a représenté sur la voûte céleste les trajectoires du soleil aux solstices et équinoxes. Plus haut est le soleil, plus sa projection est proche du centre du diagramme. La figure 2 est donc une projection centrale sur le plan d'horizon local, de cette demi sphère. Comme le centre de projection est le nadir du point zénithal, il s'agit en fait d'une projection *stéréographique* (voir plus loin).

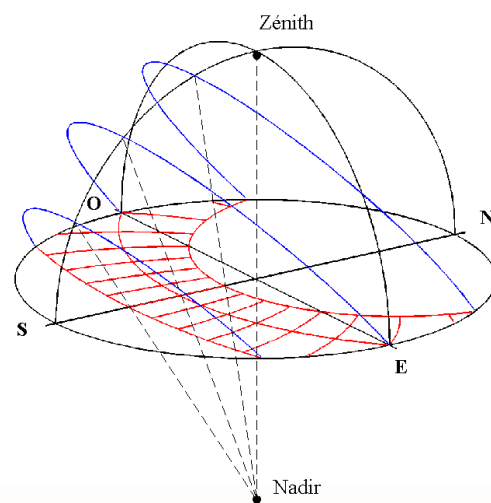
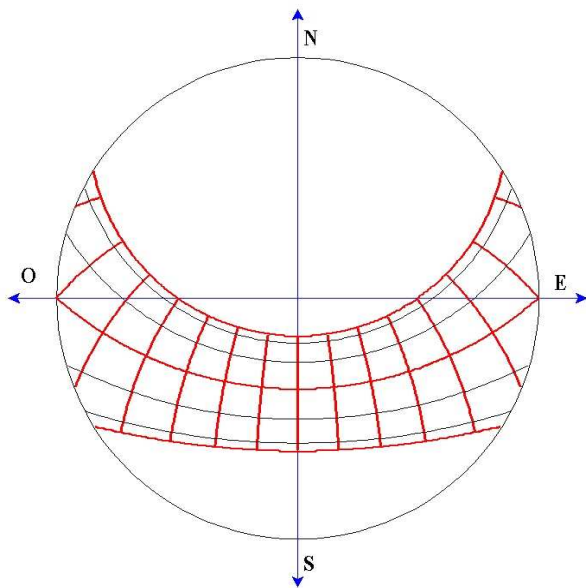


Figure 2 : Trajectoires solaires en stéréographie Figure 3 : Trajectoires en 3D à Barcelone

Diagramme solaire à Paris

Localisation: 49.5 °N 2.2 °E

A Paris, les jours sont plus longs en été (1 heure de plus au solstice) et plus courts en hiver (1 heure de moins au solstice).

L'amplitude de variation diurne été - hiver est de 8 heures.

Paris, comme Barcelone, est située dans la zone de climat tempéré, à l'intérieur de laquelle on trouve déjà, comme on le voit, de fortes variations de la trajectoire solaire. A une latitude proche de celle de Paris, on trouve dans l'hémisphère nord : Prague, Londres, Vancouver, Winnipeg. Dans l'hémisphère sud, ce parallèle coupe la Nouvelle Zélande, le Chili et l'Argentine (à la hauteur de Santa Cruz) et passe bien en dessous de l'Afrique.

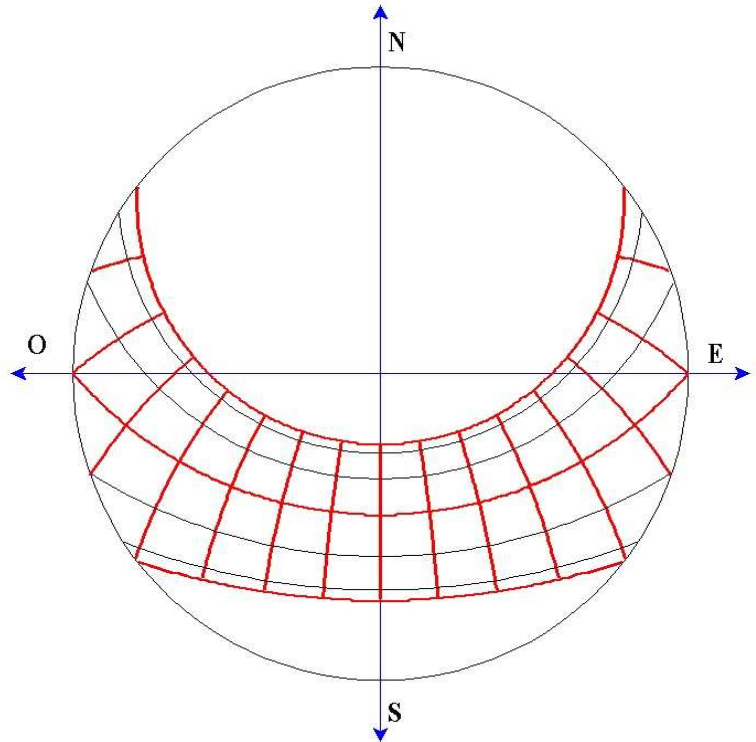


Figure 4 : diagramme solaire à Paris

Diagramme solaire au cercle polaire arctique

Localisation : 66.5 °N

En été, il y a un jour de 24 heures (le 21 juin) : à partir de cette latitude, on peut observer le soleil de minuit. A l'inverse, au solstice d'hiver, il y a une nuit de 24 heures : au 21 décembre, l'aube est immédiatement suivie du crépuscule. La ligne rouge indiquant le trajet solaire se réduit à un point.

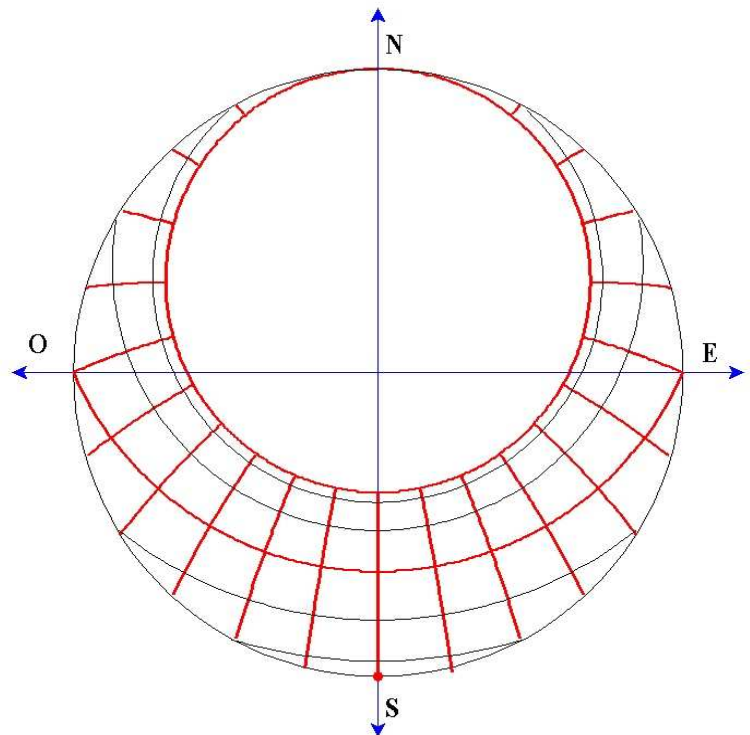


Figure 5 : diagramme solaire au cercle arctique

Diagramme solaire au pôle Nord

Localisation: 90 °N

Le pôle est un point singulier, les courbes de l'hiver disparaissent du diagramme ; ce qui reste correspond à la représentation de la position du soleil entre les équinoxes (cercle extérieur) et le solstice d'été (cercle intérieur).

Imaginons-nous passer une année juchés sur le pôle nord. En mars, au sortir d'une interminable nuit, on voit enfin poindre une lueur blafarde à l'horizon. Elle tourne lentement autour de la terre. Après 24 heures, elle est revenue au même endroit, à peine un peu plus forte. C'est un long mouvement en spirale ascendante qui commence. Après quelques jours, le soleil émerge enfin. Il ne nous quittera plus pendant six mois... Chaque jour, il décrit pratiquement un cercle de hauteur constante. En réalité, il s'élève imperceptiblement. Le 21 juin, il atteint enfin une très faible hauteur maximum de 23.5 degrés au-dessus de l'horizon. Ce n'est pas grand chose : bien moins que le plus bas soleil de midi, au mieux de l'hiver, sous nos latitudes tempérées. Et pourtant, à partir de là, il va commencer à descendre, pendant les trois mois qui forment la seconde partie de l'été polaire. En septembre, il ne restera plus qu'un long crépuscule, puis une lueur blafarde qui s'éteindra finalement. Une nouvelle nuit de six mois aura commencé...

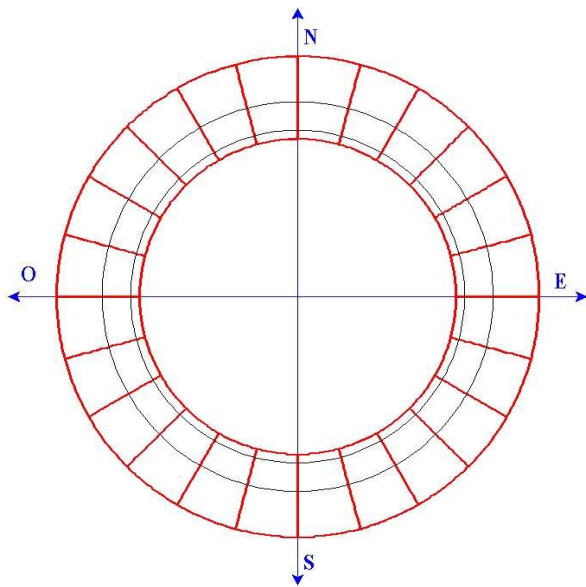


Figura 6 : Diagramme solaire au pôle nord

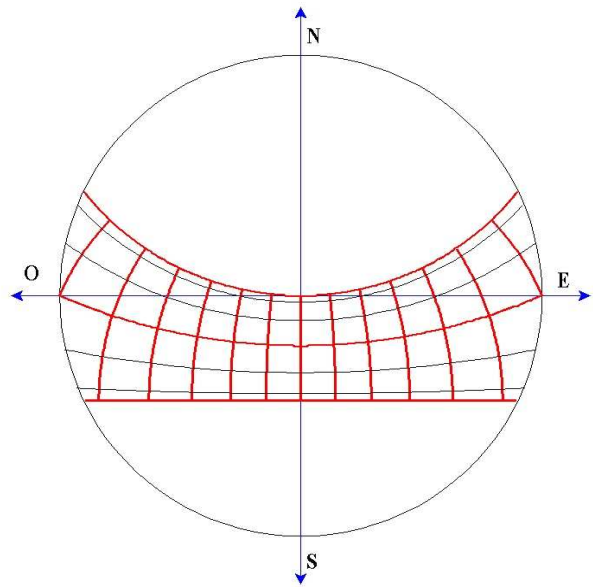


Figura 7 : Diagramme solaire au tropique du Cancer

Diagramme solaire au tropique du Cancer

Localisation : 23.5 °N

En un point situé sur le tropique, le soleil est au zénith le jour du solstice d'été. Autrement, à midi, il est toujours situé au sud. Entre les tropiques, le soleil passe au zénith deux fois par an. A l'heure de midi, le soleil est au nord ou au sud, selon les saisons.

A une latitude proche de celle du tropique, on trouve dans l'hémisphère nord : Mazatlán, La Havane, Tamanrasset, Assouan, Canton, et dans l'hémisphère sud : Antofagasta, Sao Paulo, Alice Springs.

Diagramme solaire à San Salvador

Localisation : 13:42:00 N, 89:07:01 W

Le soleil passe au zénith deux fois dans l'année : à la mi-mai et à la mi-août. Donc, le solstice d'été, le 21 juin, reste le jour le plus long de l'année, mais ce n'est pas celui où le soleil monte le plus haut. Entre mai et août, le soleil est au nord à midi. Il est au sud le reste de l'année.

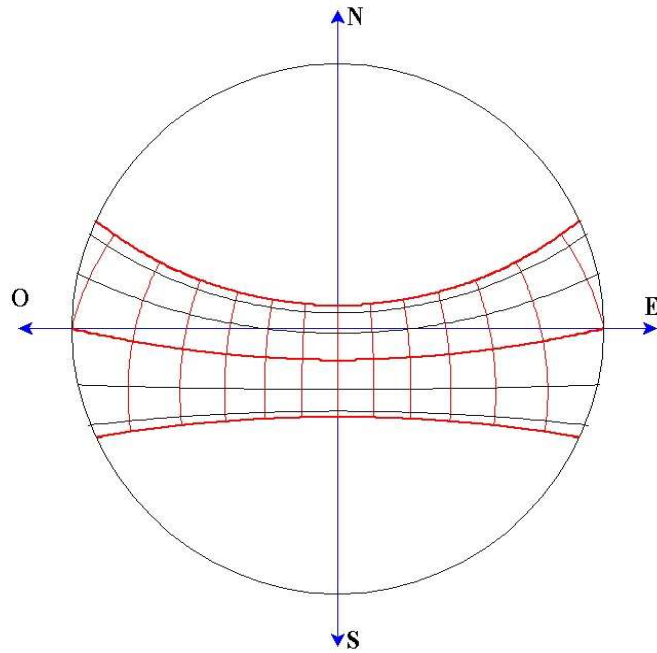


Figure 8

Diagramme solaire à l'équateur

Localisation : 0°

Sur l'Equateur, la longueur des jours et des nuits est invariablement de 12 heures. Du 21 mars au 21 septembre, il est toujours au nord, depuis l'aube jusqu'au crépuscule. L'autre moitié de l'année, il est toujours au sud. Il atteint le zénith aux deux équinoxes.

A une latitude proche de celle de l'équateur, on trouve : Quito, Belém, Libreville, Kisangani, Kampala, Singapour.

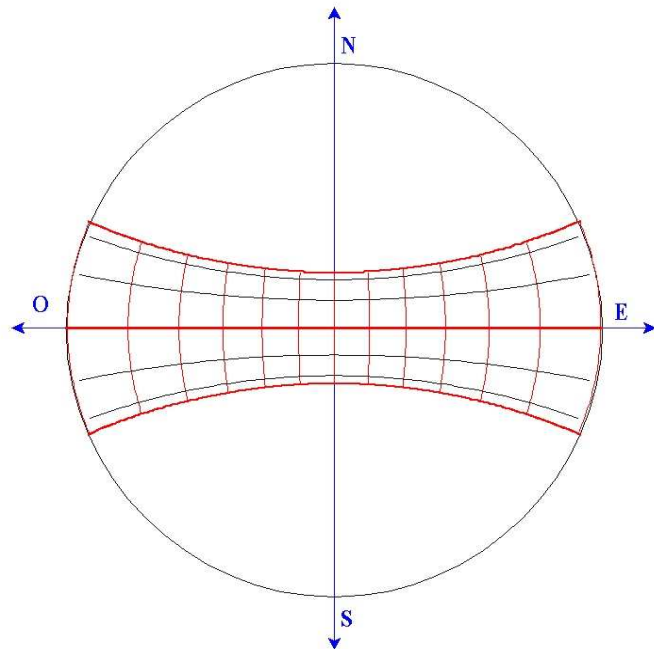


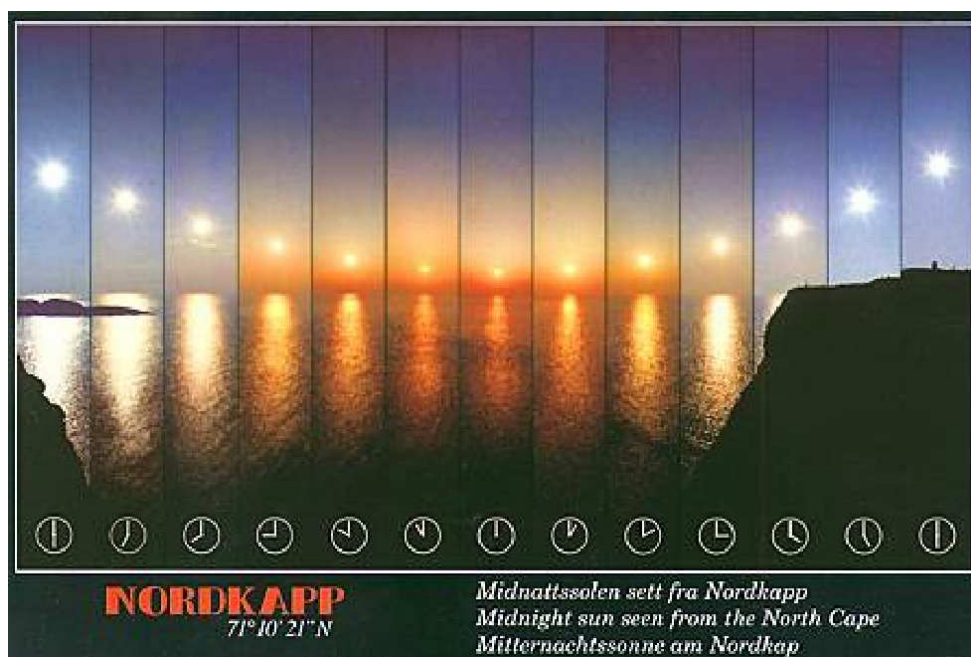
Figure 9

3. Heure solaire, heure légale

L'heure qui sert de référence est celle qui correspond au méridien de longitude égale à zéro, c'est-à-dire du méridien de Greenwich (banlieue de Londres). Si l'heure GMT est l'heure solaire sur le méridien de référence, l'heure solaire en un point de longitude L comptée positivement vers l'Est et graduée en heures (une tous les 15 degrés) est égale à : $\text{GMT} + L$. Pour lier cette heure à l'heure légale adoptée par un pays ou une région, il faut consulter une table comme celle qui est présente sur tous les ordinateurs ; par exemple, l'heure de Barcelone est égale à $\text{GMT} + 1$.

Il faut également tenir compte de l'heure d'été ou d'hiver.

A Barcelone, le décalage de longitude par rapport à Greenwich est de 2 degrés, soit 8 minutes (2/15 d'heure). A midi solaire, l'heure légale est donc : 12 heures 52 minutes en hiver et 13 heures 52 minutes en été.



4. Les ombres propres

Une première utilisation du diagramme solaire consiste à le superposer à un plan pour déterminer quand une façade est cachée du soleil et projette donc une ombre dans son voisinage. On peut, rapidement, rechercher toutes les ombres propres de façades d'une rue ou d'une place.

A titre d'exemple, prenons la place de Catalogne et examinons l'éclairement des édifices qui la bordent.



Figure 10

Une fois orienté, le diagramme des trajectoires solaires peut être utilisé comme un calque et déplacé à différents endroits du plan. Il donne toutes les indications concernant les ombres propres des parois verticales.

La partie du diagramme qui est superposée à la vue en plan des bâtiments indique à quels moments leurs façades sont à l'abri du soleil et projettent une ombre dans leur voisinage.

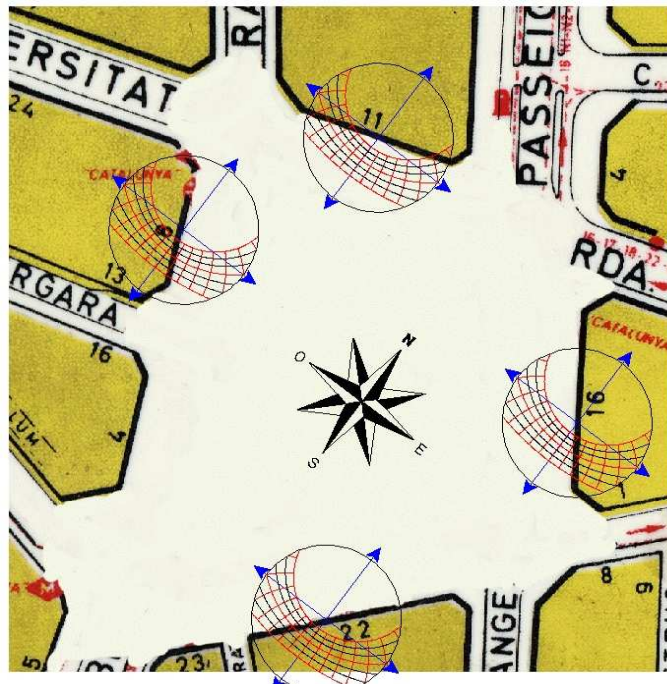


Figure 11

5. Les ombres portées

Jusqu'ici, on ne s'est intéressé qu'à la composante horizontale des trajets solaires : l'azimut (angle ζ). Pour déterminer cet angle sur le diagramme solaire, il suffit de joindre son centre au point du diagramme correspondant à la date et à l'heure étudiées.

Pour tracer les ombres portées, il faut en outre connaître la hauteur du soleil (angle σ), qui n'apparaît pas explicitement sur le diagramme solaire. Cependant, elle peut se calculer facilement, puisqu'elle ne dépend que de la distance a du point au centre du cercle et du rayon r de ce même cercle, selon la formule :

$$\sigma = \frac{\pi}{2} - 2 \arctg \frac{a}{r}$$

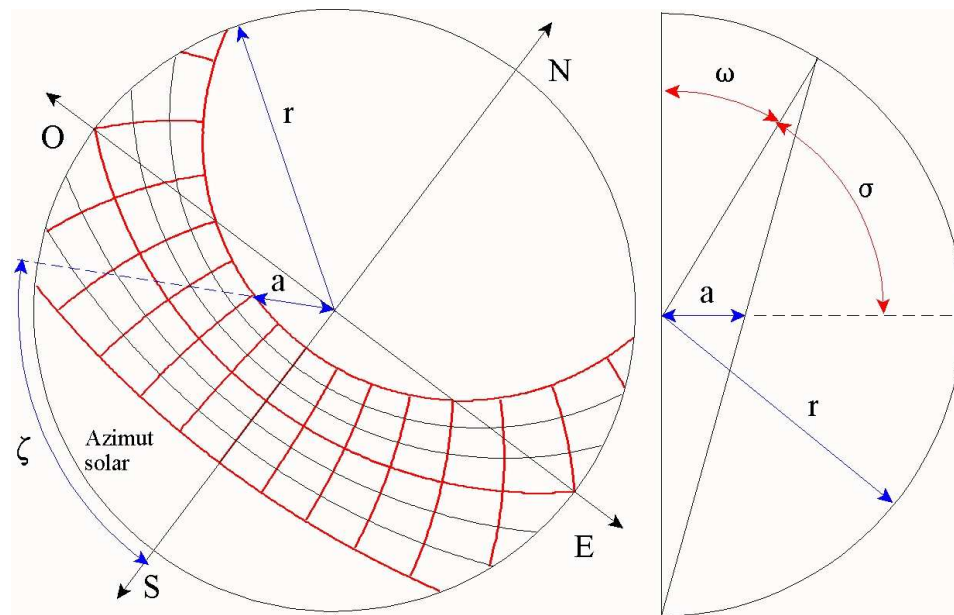


Figure 12

Remarque : à partir de cette formule, on peut vérifier sur tous les graphiques solaires qu'aux équinoxes (point de rencontre de la ligne Nord – Sud et de la trajectoire rouge du milieu) la hauteur angulaire du soleil σ est égale au complément de la latitude du point étudié (ou que le complément ω de la hauteur du soleil est égal à la latitude). Aux solstices, il faut y ajouter ou y retrancher la latitude du Tropique.

Cette formule peut être remplacée par une construction graphique élémentaire. Dans la figure 12, on détermine la hauteur du soleil à Barcelone le 21 juin à 14 heures. Les données sont la distance a du point représentant la position du soleil au centre du graphique et le rayon du diagramme solaire. On trouve sur le graphique la hauteur angulaire du soleil σ et l'angle complémentaire ω .

Quand la hauteur angulaire du soleil est connue, on peut calculer la longueur de l'ombre portée par un bâton vertical (**gnomon**) sur le plan horizontal passant par son pied (figure 13). Au moment de reporter cette ombre sur le plan, il faut lui donner la direction correspondant à l'azimut du rayon solaire.

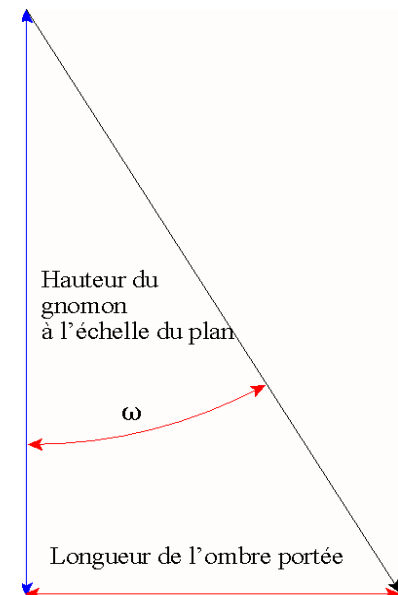


Figure 13

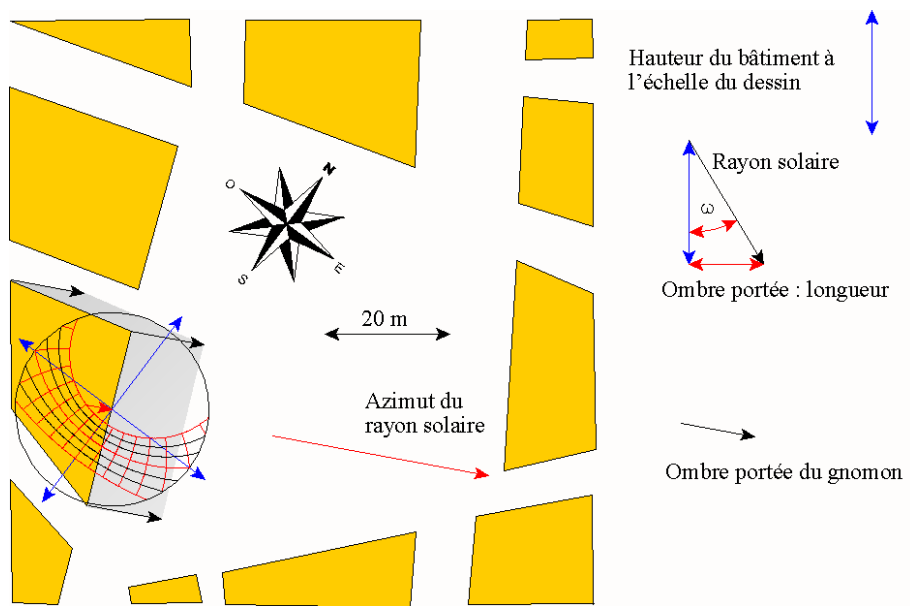


Figure 14

Ce procédé s'applique directement au calcul de l'ombre portée par un bâtiment sur un plan horizontal : il suffit de calculer, pour chacun de ses points représentatifs, la longueur de l'ombre selon le procédé utilisé pour le bâton vertical. Dans la figure 14, le bâtiment est supposé avoir une hauteur de 20 m. L'échelle du plan est également indiquée. Si tous les bâtiments ont la même hauteur de 20 m, on obtient le résultat suivant :

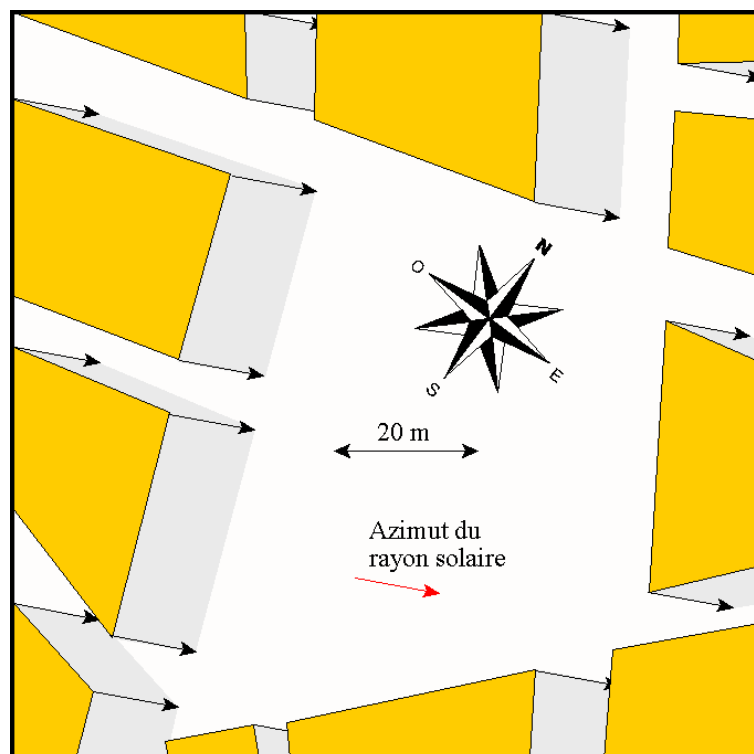


Figure 15

6. Les masques

La **ligne de ciel** est la ligne qui sépare les objets qui nous environnent du ciel. En plaine et sans obstacle, elle correspond à la ligne d'horizon (le cercle qui limite le diagramme solaire). Dans un paysage urbain, cette séparation est en majeure partie définie par les façades et les toits des immeubles. Nous supposons ici que les toits sont plats, ou qu'ils peuvent être identifiés par une ou des lignes horizontales qui en définissent les limites. Les objets remplissant l'espace entre cette ligne de ciel et le plan de référence constituent des **masques** pour l'illumination solaire.

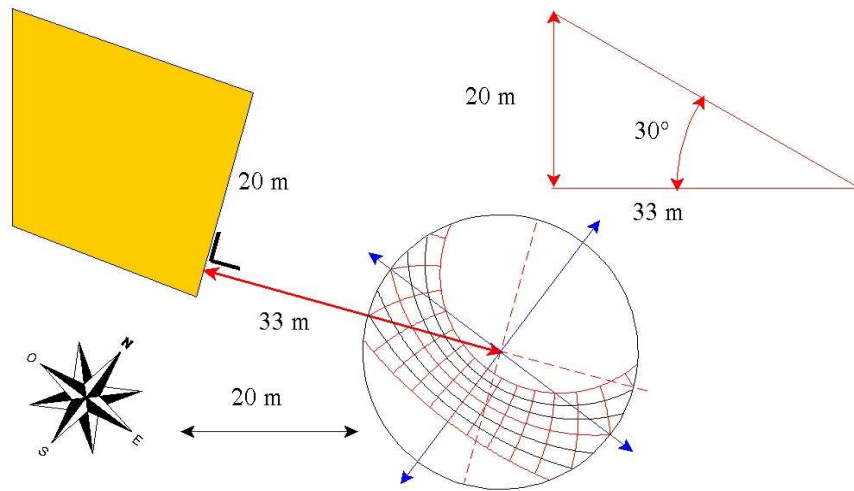


Figure 16

Dans l'exemple présenté, on examine une seule arête sur la façade du bâtiment située à l'ouest du point d'observation symbolisé par le centre du diagramme solaire. En supposant que la hauteur du bâtiment est de 20 m, on calcule par la construction en rouge du triangle rectangle l'angle de vue de l'arête horizontale qui la limite (figure 16). En pratique, on calcule l'angle de vue d'un point de la droite horizontale : le plus proche du point d'observation, celui dont l'angle de vue est maximum.

Les deux côtés de l'angle droit représentent à la même échelle la hauteur du bâtiment et la distance du point d'observation à la façade. Dans ce triangle, on peut mesurer la hauteur angulaire (ici : 30°).

Ensuite, il faut faire la construction graphique inverse de celle de la figure 12. Cette fois, l'angle de vue est donné ($\sigma_h = 30^\circ$) et il faut mesurer la distance a sur le dessin. Cette construction (figure 17) permet de placer le point sur le graphique solaire (figure 18).

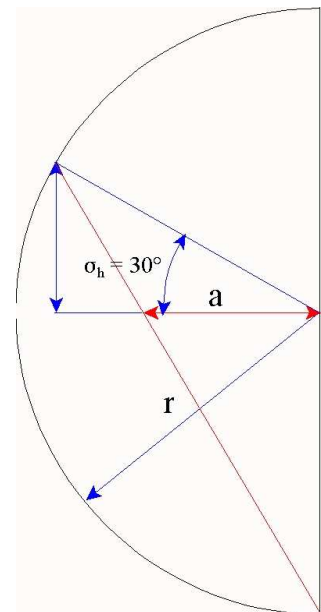


Figure 17

La représentation d'une horizontale de longueur infinie est un arc de cercle limité par un diamètre du diagramme solaire parallèle à la droite, ce diamètre est déjà représenté en pointillé dans la figure 14. Le point calculé et les extrémités du diamètre fournissent les trois points nécessaires au tracé d'un arc de cercle.

Les centres des arcs de cercles représentant toutes les parallèles à l'arête étudiée sont situés sur la perpendiculaire à ce diamètre commun et leurs rayons c sont donnés par la formule :

$$c = \frac{r}{\cos \zeta}$$

où r est le rayon du cercle du diagramme solaire et ζ la hauteur angulaire de la droite.

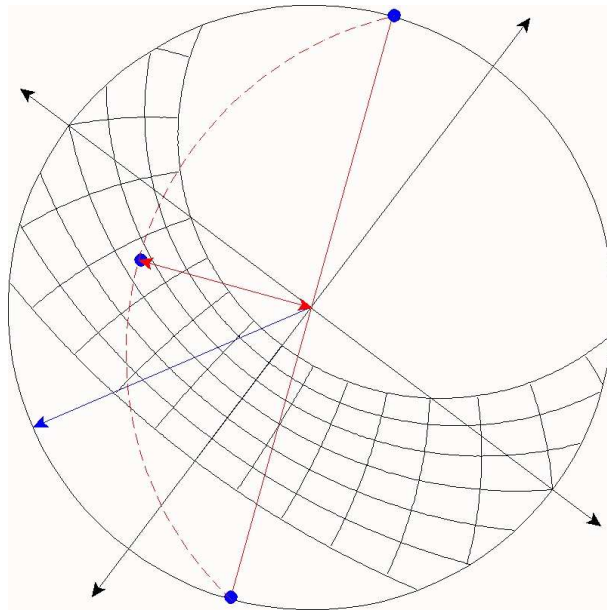


Figure 18

Si la droite est de longueur infinie, l'arc est complet. Il sépare le diagramme en 2 parties : celle qui comprend le centre correspond aux points situés au-dessus de la ligne d'horizon, l'autre contient ceux qui sont en dessous. Dans le cas du bâtiment, il faut limiter cet arc par des rayons passant par les limites de la vue en plan du bâtiment. La zone grise définit les jours et heures pendant lesquels le bâtiment cache le soleil au point d'observation.

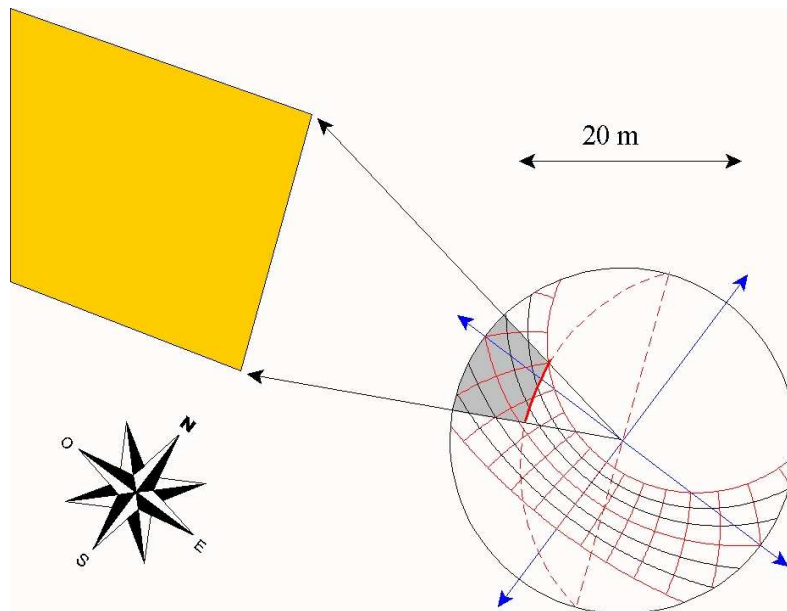


Figure 19

Pour l'ensemble des façades de la rue, on obtient :

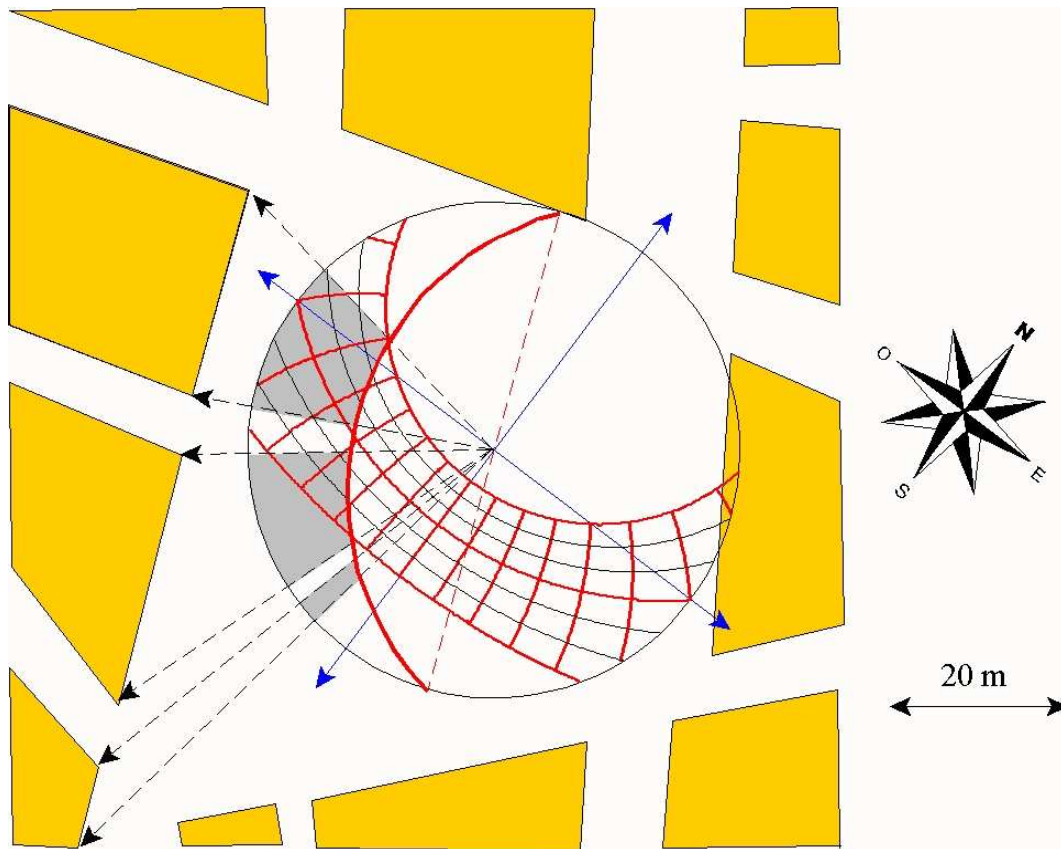


Figure 19

A partir de cet exemple on déduit qu'une horizontale située sur le plan de référence est représentée par un demi grand cercle coïncidant avec la circonférence du diagramme, alors qu'une horizontale située à l'aplomb du point d'observation est représentée par un diamètre du diagramme.

7. La projection sphérique

Dans ce qui suit, on explique le raisonnement projectif qui sous-tend la définition des diagrammes solaires.

Dans le problème de l'illumination solaire, on doit prendre en compte des objets situés à des distances très variables de l'observateur : le soleil à très grande distance, les masques topographiques ou urbains à des distances moyennes et les objets proches. Les coordonnées cartésiennes sont peu appropriées une telle représentation.

Sachant que la seule donnée importante est la direction dans laquelle se trouvent les points à étudier (azimut et hauteur), on se tourne tout naturellement vers leur représentation au moyen d'une projection la sphère.

Cette sphère est de dimension arbitraire puisque toutes les sphères centrées au même point sont homothétiques (le dessin de l'image projetée ne fait que changer d'échelle).

En un point du globe terrestre, tous les objets visibles sont situés dans la demi-sphère située au-dessus du plan horizontal tangent à la terre : nous l'appellerons **voûte céleste**, par analogie avec son utilisation en astronomie. Son sommet est le zénith, situé à la verticale de l'observateur.

Sur cette voûte, on peut donc superposer, sans difficulté, la trajectoire solaire et les masques proches ou lointains.

Une première propriété de cette projection est que le plan d'horizon est représenté par le cercle de même rayon que la voûte céleste, situé dans le plan de référence. Tous les points situés sur l'horizon se retrouvent sur ce cercle.

Une seconde propriété importante est que toute droite de l'espace est représentée par un arc de grand cercle. En effet, cette droite et le centre de projection forment un plan qui coupe la sphère selon un grand cercle. Toute droite infinie est représentée par un demi grand cercle qui coupe le cercle d'horizon en deux points diamétralement opposés, figurant les deux points de fuite de la droite.

Les droites passant par le centre sont représentées par un point.

Les droites verticales, c'est-à-dire perpendiculaires au plan d'horizon, sont représentées par des arcs de grand cercles passant par le zénith, point de la voûte céleste situé à la verticale du point d'observation.

Comme exemple, prenons l'appartement suivant :

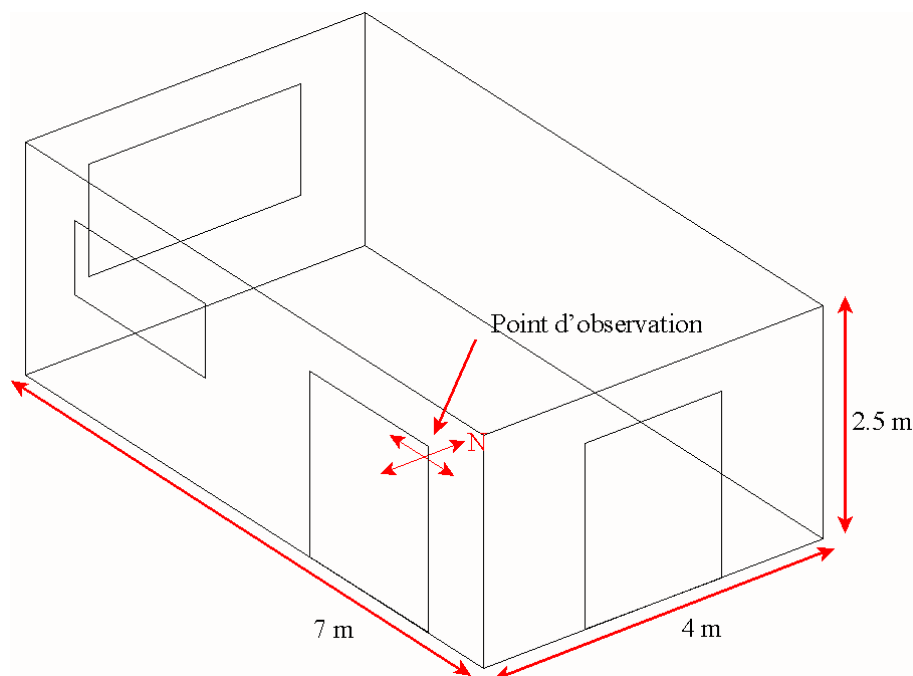


Figure 21

En voici la projection sur la voûte céleste :

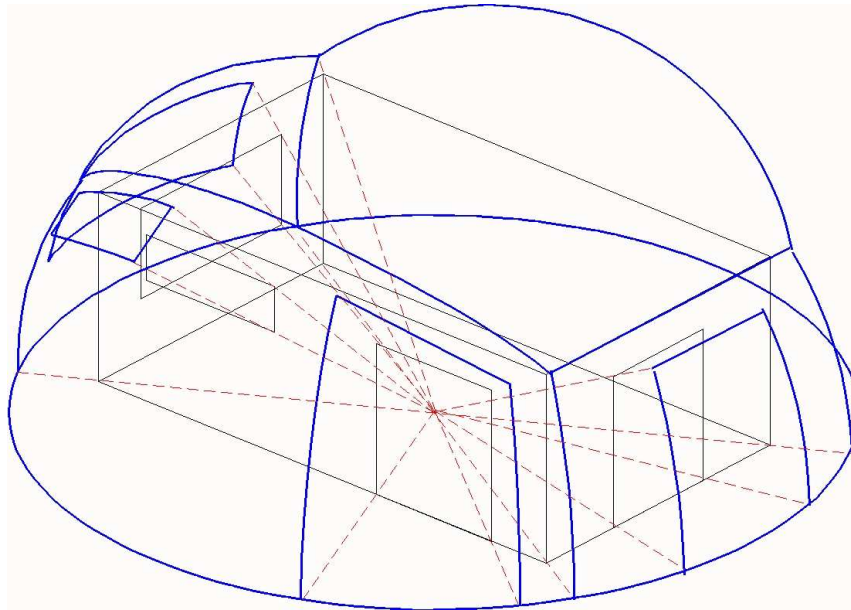


Figure 22

8. La projection stéréographique

Le passage de la projection sur la sphère à une représentation sur un plan horizontal peut se réaliser de différentes manières : projection orthogonale, gnomonique, équivalente, etc...

Le choix se porte sur la projection stéréographique qui est une projection centrale dont le centre de projection est le nadir (situé à l'antipode du zénith). La projection gnomonique est aussi une projection centrale, mais son centre de projection est au centre de la sphère.

Sur la figure 23, les points X et Y sont projetés en X' et Y', si on utilise le plan horizontal, en X'' et Y'', si on utilise le plan tangent à la voûte céleste en Z (ce qui ne produit qu'un changement d'échelle). En projection gnomonique, centre de projection en O, l'image de X se situerait en X'''.

La projection stéréographique offre plusieurs avantages :

- conformité : deux arcs orthogonaux sur la sphère sont représentés par des arcs orthogonaux sur le plan. En particulier les perpendicularités entre méridiens et parallèles se maintiennent dans la projection;
- la projection d'un cercle est un cercle, sauf s'il passe par le nadir, auquel cas c'est une droite. Cette propriété facilite beaucoup le dessin manuel. Les grands cercles passant par le zénith et donc par le nadir sont représentés par des segments de rayons.

Donc les images de toutes les verticales des masques se coupent au centre du diagramme solaire.

Bien que cette représentation ne respecte ni les distances ni les surfaces, lorsqu'elle s'applique à une demi sphère, elle en déforme peu les éléments.

Dans l'exemple de la figure 24, le point étudié est sur le tropique du cancer. Le nadir est donc sur celui du capricorne. La trajectoire solaire du solstice d'hiver est donc un petit cercle passant par le centre de projection, et son image est une droite. Il en est de même pour le méridien passant par le point. Les lignes en pointillé bleu figurent les trajectoires solaires nocturnes.

Notons que dans la représentation gnomonique, il est impossible de représenter la demi sphère complète (seuls les éléments situés au voisinage du zénith ont des images peu déformées), dans la représentation orthogonale, les éléments proches du plan horizontal sont écrasés.

Seule la projection équivalente peut se révéler intéressante car elle respecte les surfaces de la sphère et permet donc de se faire une idée correcte de la partie visible du ciel. Elle est aussi très appropriée pour calculer le temps d'illumination annuel.

Dans la figure 25, on calcule la projection stéréographique de l'appartement présenté plus haut.

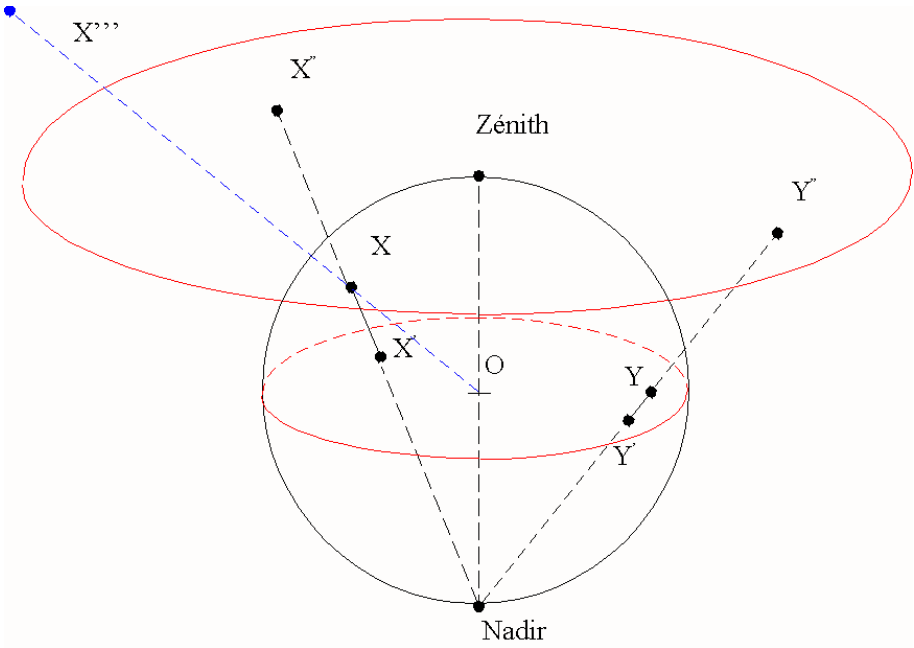


Figure 23

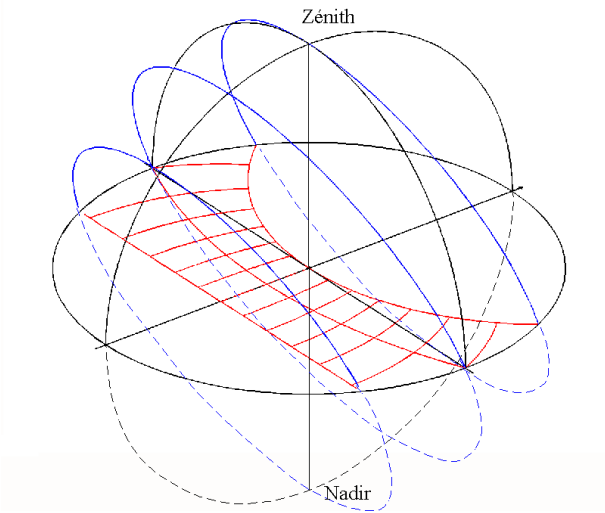


Figure 24

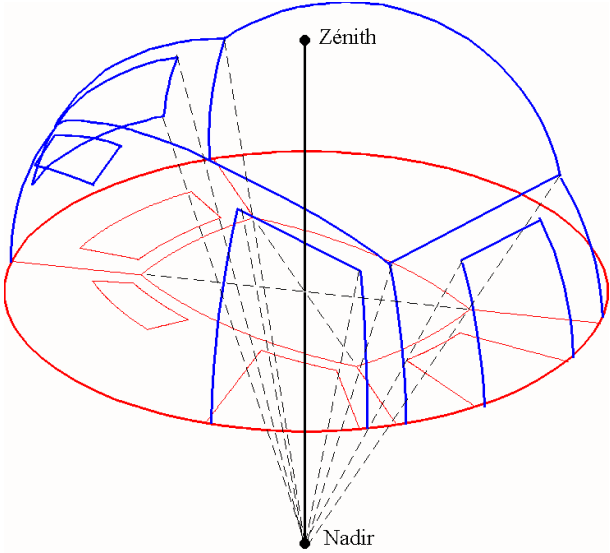


Figure 25